

## Die Aufgaben der 1. Runde 2014

### Aufgabe 1

Anja soll 2014 ganze Zahlen an die Tafel schreiben und dabei erreichen, dass zu je drei dieser Zahlen auch deren arithmetisches Mittel eine der 2014 Zahlen ist.

Beweise, dass dies nur gelingt, wenn sie lauter gleiche Zahlen schreibt.



### Aufgabe 2

Die 100 Ecken eines Prismas, dessen Grundfläche ein 50-Eck ist, werden in beliebiger Reihenfolge mit den Zahlen 1, 2, 3, ..., 100 nummeriert.

Beweise, dass es zwei Ecken gibt, die durch eine Kante des Prismas verbunden sind und deren Nummern sich um höchstens 48 unterscheiden.

**Bemerkung:** Bei allen betrachteten Dreiecken liegen die drei Eckpunkte nicht auf einer Geraden.



### Aufgabe 3

Gegeben sind die Eckpunkte eines regelmäßigen Sechsecks, dessen Seiten die Länge 1 haben. Konstruiere hieraus allein mit dem Lineal weitere Punkte mit dem Ziel, dass es unter den vorgegebenen und konstruierten Punkten zwei solche gibt, die den Abstand  $\sqrt{7}$  haben.

**Anmerkungen:** "Konstruiere hieraus allein mit dem Lineal..." bedeutet: Neu konstruierte Punkte entstehen nur als Schnitt von Verbindungsgeraden zweier Punkte, die gegeben oder schon konstruiert sind. Insbesondere kann mit dem Lineal keine Länge gemessen werden.

Die Konstruktion ist zu beschreiben und ihre Richtigkeit zu beweisen.



### Aufgabe 4

Für welche positiven ganzen Zahlen  $n$  besitzt die Zahl  $\frac{4n+1}{n(2n-1)}$  eine abbrechende

Dezimalbruchentwicklung?

**Anmerkung:** Die Richtigkeit des Ergebnisses ist zu beweisen.

